CURS CAPACITACIÓ INSTAL·LADOR ELÈCTRIC BAIXA TENSIÓ (2015)

Part.- Coneixements Matemàtics

Índex

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

- NOMBRES

  ï Els emprem per a representar QUANTITATS, de manera abstracta.

  ï Molt antigament, abans dels sistemes numèrics, lôhome feia servir sistemes primitius, equiparant una quantitat ñdel mon realò amb una quantitat equivalent dôobjectes ñunitarisò:

  → tantes ovelles → Tantes pedretes

  (origen de la paraula CÀLCUL)

  ï Amb els nombres <u>quantifiquem</u> diverses necessitats: elements ñsencersò, ñpartsò dôelements, elements a sostreure, etc.

  ï Veiem els diversos tipus:

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

<u>NOMBRES NATURALS</u>: els primers que es van emprar (1, 2, 3...). Representen elements ñsencersò dôuna col·lecció: 3 bombetes, 25 cargols, ...

Permeten: representar directament elements dôun conjunt.

Inconvenient: no permeten els conceptes de <u>número negatiu</u> o de <u>número decimal</u> tal com és necessari en operacions com la resta o la divisió en alguns casos:

$$5-3=2 \quad \text{però} \quad 3-5=??$$

$$6/3=2 \quad \text{però} \quad 6/4=?$$

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

NOMBRES ENTERS: amplia la funcionalitat dels nombres naturals, en permetre representar el concepte de “nombre negatiu” dins dels elements d’una col·lecció.

Permeten: expressar una idea de dèficit, de mancança...

Si tenim 5 magnetotèrmics de 10 Ampers, i ens en calen 7 per a un determinat quadre... $5-7=-2$ ... ens “manquen” 2 magnetotèrmics.

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

NOMBRES FRACCIONARIS: ens permeten dividir o ñfraccionarò una determinada unitat en un nombre de parts iguals.

Permeten: dividir un enter per un altre. $6/3 = 2 \qquad 6/4 = 3/2 = 1{,}5$

Ex. Si volem dividir en 7 trams iguals un tram de sostre que fa 2 metres, per a col·locar-hi lluminàries, les col·loquem a: $2/7 = 0{,}2857\ldots \text{metres}$

Un número és fraccionari quan es pot representar com a raó (quocient) de dos enters $6/3,\quad 157/25,\quad 2/1,\ldots$

Els podem representar en:

forma fraccionària $6/3,\quad 157/25$

forma decimal $6/3 = 2{,}000000\ldots \quad 157/25 = 6{,}2800000\ldots \quad 1/3 = 0{,}33333\ldots$

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

NOMBRES IRRACIONALS: ens permeten omplir tots els "buits" que quedarien entre dos números fraccionaris consecutius.

Són el resultat de la radicació d'un nombre $\sqrt{2} = 1,14142135...$ $\sqrt[3]{5} = 1,7099...$

El conjunt dels nombres ENTERS + FRACCIONARIS = RACIONALS

El conjunt dels nombres RACIONALS + IRRACIONALS = **REALS**

- NOMBRES REALS
  - RACIONALS
    - ENTERS
      - Positius (naturals)
      - Negatius
    - FRACCIONARIS
      - Positius
      - Negatius
  - IRRACIONALS
    - Positius
    - Negatius

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

NOMBRES IMAGINARIS: ens permeten realitzar arrels d'ordre parell de nombres negatius.

Es defineix: $\sqrt{-1} = i$

La combinació dels números REALS amb els IMAGINARIS ens permeten representar valors en 2 Dimensions, imprescindibles per als càlculs de circuits en corrent alterna !!

El conjunt dels nombres REALS+ IMAGINARIS= COMPLEXES

1. Nombres: topologia i operacions bàsiques

<u>OPERACIONS</u>:

ï Suma, resta, multiplicació, divisió com sempre (prop associativa, conmutativa, etc.)

ï Prioritat operadors:

1 Operacions dins parèntesi

2 Exponents

3 Productes i divisions

4 Sumes i restes

$$3+2x6=3+12=15$$

$$3^2+2x6^2=9+2x36=9+72=81$$

$$(3+2)\times(4+1x2)=(5)\times(4+2)=(5)\times(6)=30$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

POTÈNCIES: sigui un nombre del tipus:

$$a^n$$

Índex (o exponent)

Base

Equival a multiplicar la base (a) per si mateixa (n) vegades.

Exemples:

$$5^2 = 5x5 = 25$$

$$3^3 = 3x3x3 = 27$$

$$10^4 = 10x10x10x10 = 10.000$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

<u>RADICALS</u>: sigui un nombre del tipus:

Índex (o exponent)

Radical

$$\sqrt[n]{a} = b$$

Base

(b) És el <u>radical</u> de (a) amb índex (n)

Equival a trobar aquell <u>radical</u> (b) que multiplicant-lo per si mateix (n) vegades s'obté la <u>base</u> (a).

Exemples:

$$\sqrt[2]{25} = 5 \quad Ja \quad que \quad 5x5 = 25$$

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad Ja \quad que \quad 3x3x3 = 27$$

$$\sqrt[4]{10.000} = 10 \quad Ja \quad que \quad 10x10x10x10 = 10.000$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

RADICALS: (continuació)

Llavors un radical es pot entendre com l'invers de la potència.

Un radical es pot expressar com una potència d'exponent fraccionari:

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

Exemples:

$$\sqrt[2]{25} = 25^{1/2}$$

$$\sqrt[3]{27} = 27^{1/3}$$

$$\sqrt[4]{10.000} = 10.000^{1/4}$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

OPERACIONS

Les potències i els radicals es poden sumar, multiplicar, dividir...

Suma: s'ha de calcular el resultat potència per potència i sumar-lo.

$$a^b + c^d = a^b + c^d \quad \rightarrow \quad 2^2 + 3^3 = 4 + 27 = 31$$

Resta: s'ha de calcular el resultat potència per potència i restar-lo.

$$a^b - c^d = a^b - c^d \quad \rightarrow \quad 2^2 - 3^3 = 4 - 27 = -23$$

Producte: →si les potències tenen la mateix base:

$$a^b \times a^d = a^{(b+d)} \quad \rightarrow \quad 3^2 \times 3^4 = 3^{(2+4)} = 3^{(6)} = 729$$

(base queda igual i es sumen els índex)

2. POTÈNCIES i RADICALS

<u>OPERACIONS</u> (continuació)

<u>Producte</u>: →si les potències NO tenen la mateix base:

s'ha de calcular el resultat potència per potència i multiplicar-lo.

$$a^b \times c^d = a^b \times c^d \quad \rightarrow \quad 3^2 \times 2^4 = 9 + 16 = 25$$

<u>Divisió</u>: →si les potències tenen la mateix base:

$$a^b \div a^d = a^{(b-d)} \quad \rightarrow \quad 3^4 \div 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = 3^{(4-2)} = 3^{(2)} = 9$$

(base queda igual i es resten els índex)

→si les potències NO tenen la mateix base:

s'ha de calcular el resultat potència per potència i fer divisió.

$$a^b \div c^d = a^b \div c^d \quad \rightarrow \quad 3^4 \div 2^2 = \frac{3^4}{2^2} = \frac{81}{4} = 20{,}25$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

<u>OPERACIONS</u> : coses a tenir en compte...

.- Si sôoperen radicals i potències, convé passar els radicals a potències dőíndex fraccionari.

$$a^b \times \sqrt[d]{a} = a^b \times a^{1/d} \quad \rightarrow \quad 3^3 \times \sqrt[2]{3} = 3^3 x 3^{1/2} = 3^{7/2} \quad \rightarrow \sqrt[2]{3^7} = 46{,}7653.......$$

.- Qualsevol número elevat a ñ0òval ñ1ò

$$a^0 = 1 \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad \frac{27}{27} = 1 \rightarrow \frac{3^3}{3^3} = 3^{(3-3)} = 3^{(0)} = 1$$

.-Un exponent negatiu vol dir que aquell número està al quocient

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{9} = 0{,}111...$$

2. POTÈNCIES i RADICALS

EXERCICIS Desenvolupar algebraicament i donar resultat de:

$2^2 =$

$2^3 =$

$2^{-3} =$

$2^3 + 2^2 =$

$2^2 + 3^2 =$

$2^3 + 3^2 =$

$2^3 \times 3^2 =$

$3^3 \times 3^2 =$

$3^3 \times 3^{-2} =$

$1.384.532^0 =$

$3^3 \div 2^2 =$

$3^3 \div 2^3 =$

$2^3 \div 2^2 =$

$3^3 \div 3^3 =$

$\sqrt[3]{27} =$

$\sqrt[-3]{27} =$

$\sqrt[3]{3^3} =$

$4^3 + \sqrt[3]{8} =$

$4^3 \times \sqrt[3]{4} =$

$4^3 \div \sqrt[3]{4} =$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

FRACCIONS: són els números representats pels fraccionaris (ja vist).

Expressen ñpartsòiguals dôuna unitat (a),

I es representen:

$$\frac{a}{b}$$

Numerador

Denominador

Exemple: Tenim una bobina de cable de 100 metres. Volem repartir la longitud a parts iguals entre 4 electricistes. Quina és la longitud de cadascuna dôaquestes parts?

Ho representaríem: $\frac{100(metres)}{4(persones)} = \frac{100}{4} = 100 \div 4 = 25 \quad [metres \quad per \quad persona]$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

OPERACIONS AMB FRACCIONS

Passar de fracció a decimal: dividim el numerador pel denominador

$$\frac{100}{4} = 100 \div 4 = 25$$

Passar de decimal (no periòdic) a fracció: en el numerador posem el nombre sense la coma. En el denominador, un 1 seguit de tants zeros com xifres decimals tingui.

$$0{,}0047 = \frac{47}{10.000}$$

Fraccions equivalents: dues fraccions són iguals, si multipliquem (o dividim) el numerador i el denominador pel mateix nombre.

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{16} \quad (x2)$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad (\div 4)$$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

OPERACIONS AMB FRACCIONS (continuació)

Suma i resta de fraccions: cal que el denominador sigui el mateix per a totes les fraccions. Només es poden sumar *terços* amb *terços*, *quints* amb *quints*...).

$$\frac{100}{4}+\frac{33}{4}-\frac{5}{4}=\frac{128}{4}$$

Si els denominadors són diferents es pot fer trobant les fraccions equivalents amb un denominador comú (a través del mínim comú múltiple de tots els denominadors)

$$\frac{100}{5}+\frac{33}{4}-\frac{5}{18}$$

$$\begin{cases} 5 = 5 = 5^1 \\ 4 = 2\times 2 = 2^2 \\ 18 = 2x3x3 = 2x3^2 \end{cases}$$

$$m.c.m.(5,4,18) = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 = 180$$

Factors comuns, i no comuns amb el major exponent.

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

OPERACIONS AMB FRACCIONS (continuació)

Suma i resta de fraccions: amb denominadors diferents

$$\left.\begin{aligned}180 \div 5 &= 36\\ 180 \div 4 &= 45\\ 180 \div 18 &= 10\end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{100 \times 36}{180} + \frac{33x45}{180} - \frac{50}{180} = \frac{3600}{180} + \frac{1485}{180} - \frac{50}{180} = \frac{5035}{180}$$

Es fan fraccions equivalents

Producte de fraccions: el numerador, és la multiplicació dels numeradors
el denominador, és la multiplicació dels denominadors

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \qquad \frac{2}{5} \times \frac{12}{3} = \frac{2 \times 12}{5 \times 3} = \frac{24}{15}$$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

<u>OPERACIONS AMB FRACCIONS</u> (continuació)

<u>Divisió de fraccions</u>: el numerador és la multiplicació dels extrems
el denominador és la multiplicació dels mitjos

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \times = \frac{a \times d}{b \times c} \qquad \frac{\frac{2}{5}}{\frac{12}{3}} \times = \frac{2 \times 3}{5 \times 12} = \frac{6}{60} \rightarrow = \frac{1}{10}$$

Simplificant

Les operacions de precedència dôperadors (primer parèntesi, després multiplicacions, després sumes...) segueix sent vigent.

NOTA: qualsevol nombre es pot expressar com a fracció $6 = \frac{6}{1}$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

PROPORCIONS

Una fracció representa també una proporció.

Si coneixem una determinada relació (proporció) per a unes quantitats conegudes (*facturo 2.000* ***ú*** *en 4 setmanes de treball*), i vull saber com afectaria aquesta proporció a una quantitat diferent (*quan facturaria si treballés 6 setmanes*)...

Puc emprar la proporció coneguda per a determinar el nou valor:

$$\frac{2.200(\text{ú})}{4(setmanes)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Proporció Coneguda}}}{\frac{2.200}{4}}[\text{ú}/setmana] \qquad 6 \times \frac{2.200}{4} = \frac{6}{1} \times \frac{2.200}{4} = \frac{13.200}{4} = 3.300 \quad \text{ú}$$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

PROPORCIONS ñREGLA DE 3ò

La ñregla de 3òés una aplicació directa de les proporcions.

Exemple: amb 6 litres de combustible recorro 100 km. Quants km recorreria (a igualtat de condicions) amb 8 litres?

6 litres → 100 km
8 litres → X km

Proporció Coneguda

$$X = \frac{8x100}{6} = 8x\frac{100}{6} = \frac{800}{6} = 133{,}33 \quad km$$

A igualtat de condicions, quans litres necessitaria per fer 150 km?

6 litres → 100 km
Y litres → 150 km

$$Y = \frac{6x150}{100} = \frac{6}{100}x150 = \frac{900}{100} = 9 \quad litres$$

Proporció Coneguda

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

PERCENTATGE ò %

Estrictament, és una fracció amb el denominador = 100. $10\% = \frac{10}{100}$

Emprada com a proporció, permet establir una relació del tipus ñquantes unitats de cada 100ò

Determinar un valor a partir dôun %

Exemple: en una instal·lació a 220 V, la caiguda de tensió màxima admesa en una línia dôenllumenat és del 3%. Quant volts de caiguda de tensió podem tenir?

$$220 \quad Volts \quad x \quad 3\% = 220 \times \frac{3}{100} = 6{,}6 \quad Volts \quad c.d.t.$$

3. FRACCIONS, PROPORCIONS I PERCENTATGES

PERCENTATGE ò %

Determinar un % a partir dôun valor

Exemple: en una instal·lació a 220 V, mesurem una caiguda de tensió de 7,5 Volts en una línia dôendolls. Quin % de caiguda de tensió tenim?

(Nota: la caiguda de tensió màxima admesa en línies de força és el 5%)

$$7{,}5 \ \ Volts \ \ \ c.d.t. = 220 \ \ Volts \times \frac{Y}{100} \ \ \ (operant...)$$

$$Y = \frac{7{,}5}{220} \times 100 = 3{,}41\%$$

4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

OBJECTIU

Recordar les principals expressions per al càlcul de longituds, superfícies i volums.

LONGITUDS

ï Les longituds són dimensions unidimensionals.

ï Es mesuren típicament en metres, centímetres, mil·límetres, kilòmetres i els seus múltiples.

ï Les longituds poden donar-se

- A favor dõuna línia rectilínia
- A favor dõuna línia curvilínia
- A favor dõaltres corbes (no serà dõinterès en el curs)

4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

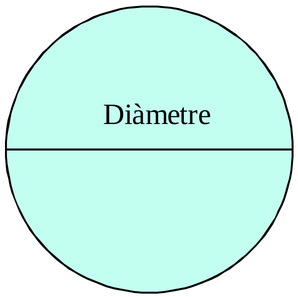
LONGITUDS A FAVOR LÍNIA RECTILÍNIA

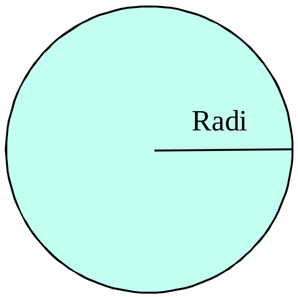
ï Típicament es determinen a partir de la mesura directa dôun flexòmetre, un peu de reu, un distanciòmetre làsser...

LONGITUDS A FAVOR LÍNIA CURVILÍNIA

ï El cas més interessant és el del perímetre dôuna circumferència.

ï Per mesurar el perímetre dôuna circumferència és necessari determinar el radi (distància del centre a un punt qualsevol del perímetre):





$$Perímetre = 2 \times \pi \times radi$$

$$Perímetre = \pi \times diàmetre$$

4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

SUPERFÍCIES

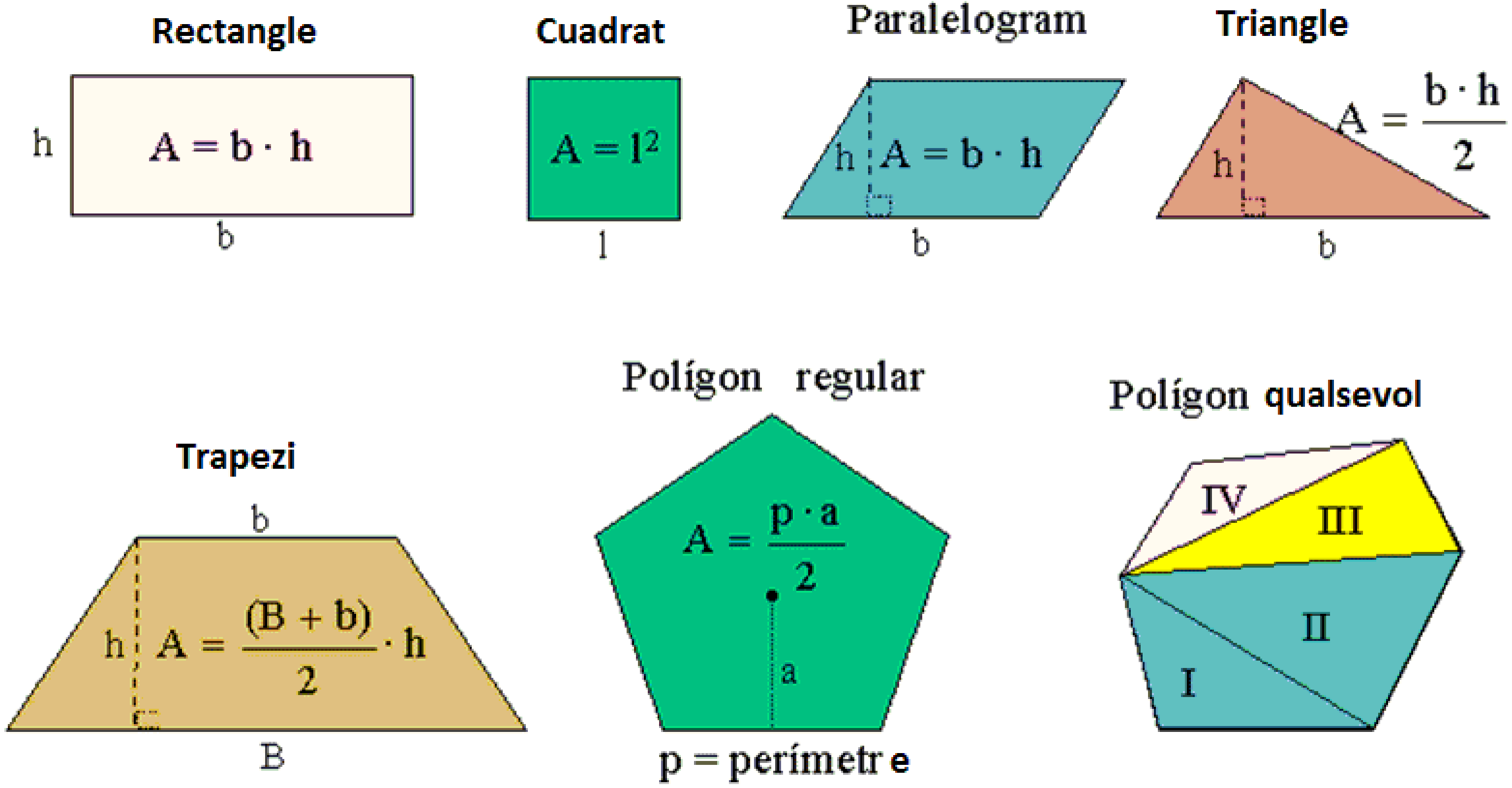
ï Les superfícies són dimensions bidimensionals.

ï Es mesuren típicament en metres quadrats (m^2), centímetres quadrats (cm^2) i els seus múltiples.

ï Les superfícies, típicament, poden ser:
- Planes (polígons i similars)
- Al voltant dôelement espaial (esfera, cilindre..)

4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

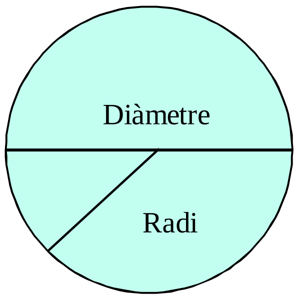
SUPERFÍCIES EN POLÍGONS



En un polígon qualsevol, es descomposa en triangles, i es fa la suma de les àrees de cadascun d'ells.

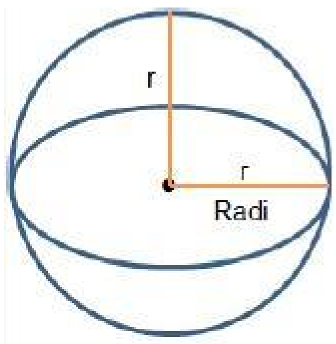
4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

SUPERFÍCIES EN CERCLE / ESFERA / CILINDRE

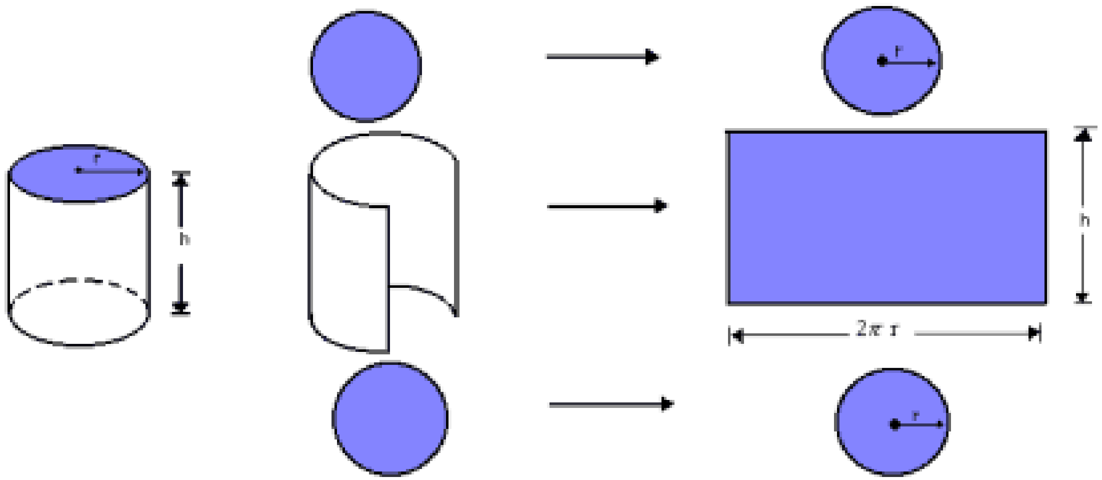


$$\grave{A}rea = \pi \times radi^2$$

$$\grave{A}rea = \frac{\pi \times di\grave{a}metre^2}{4}$$



$$\grave{A}rea = 4 \times \pi \times radi^2$$



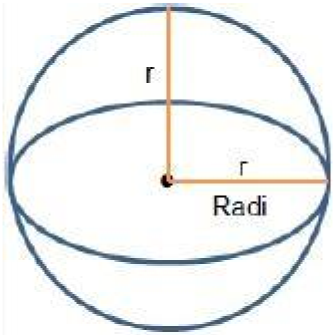
$$\grave{A}rea = (2 \times \pi \times radi) \times h + 2 \times \left(\pi \times radi^2\right)$$

4. LONGITUDS, SUPERFÍCIES I VOLUMS

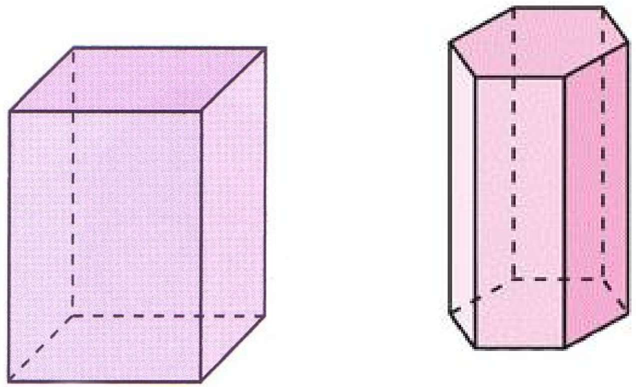
VOLUMS

ï Els volums són dimensions tridimensionals.

ï Es mesuren típicament en metres cúbics (m^3), centímetres cúbics(cm^3) i els seus múltiples.



$$\boxed{Volum_{esfera} = \frac{4}{3} \times \pi \times radi^3}$$



$$\boxed{Volum_{prisma} = Àrea\_base \times Alçada}$$

PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

EXERCICIS Desenvolupar algebraicament i donar resultat de:

$$3+5\times 8-13=$$

$$3+5\times(8-13)=$$

$$(3+5)\times(8-13)=$$

$$3+5\times(8-13)^2=$$

$$3+5^2\times(8-13)^3=$$

$$3+5^2\times(\sqrt[3]{32-5}-7)=$$

$$5^2\times(\sqrt[3]{857-349^2}+45823)^0=$$

$$2^{-3}+2^3=$$

$$2^{-3}\times 2^3=$$

$$3^3\div 2^3=$$

$$2^3\div 2^2=$$

$$3^3\div\frac{1}{3}=$$

$$\sqrt[3]{27}\times\frac{6}{2}\times\left(589^0\times 3^{-1}\right)=$$

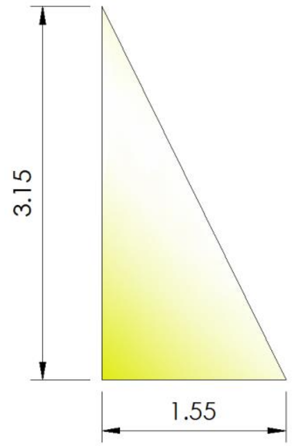
$$\frac{385}{5}+\frac{82}{4}-\frac{3}{9}+5=$$

$$\sqrt{\frac{320}{5}}+\frac{82}{4}-\frac{3}{9}+\sqrt{5^2}=$$

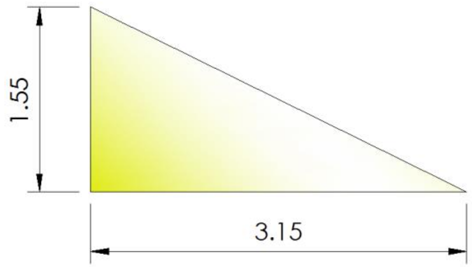
PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

EXERCICIS Calcular les següents longituds, àrees i volums.

1.-Àrea dôun triangle rectangle:



2.-Àrea dôun triangle rectangle:

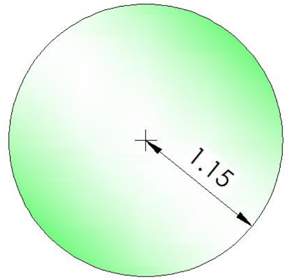


3.- Calcular també el perímetre del triangle anterior (pista: utilitza al Tª Pitàgoras)

PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

EXERCICIS Calcular les següents longituds, àrees i volums.

4.- Perímetre i àrea del cercle següent:



5.- Si el cercle anterior és la base d'un prisma de 2 metres d'alçada, calcula'n: el perímetre total i el volum.

6.- Calcular àrea i volum d'una esfera del mateix radi.

7.- Quin radi té una esfera en que hi cabin 4,18 m^3 d'aire.

PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

<u>**EXERCICIS**</u> Calcular les següents àrees.

8.- Volem pintar el sostre i parets dôuna habitació.

Quina és la superfície total a pintar, si tenim les següents dimensions.

ï Ample: 2,4 metres
ï Llarg 4,5 metres
ï Alçària 2,5 metres

A més, hi ha una porta (que no pintarem), que fa 2,2 metres dôalçada i 90 cm dôamplada.

A més, hi ha una finestra (que no pintarem), que fa 1 metre dôalçada i 115 cm dôamplada.

PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

EXERCICIS Proporcions.

9.- Si amb un pot de 5 litres dûuna determinada pintura podem pintar 18 m^2 de parets o sostres.

a) Si haig de pintar un pany de paret de 32 m^2, quants litres de pintura necessito?

b) I si tingués 3 pots de 7,5 litres de la mateixa pintura, quanta superfície de parets podria pintar?

PROBLEMES DE RECAPITULACIÓ

EXERCICIS Càlculs elèctrics i proporcions

10.- En una instal·lació monofàsica alimentada a 220 Volts entre fase i neutre, tinc un únic consumidor que és un radiador elèctric, que consumeix 1000 W, i la seva resistència interna es de 45,45 Ω.

La secció de la línia és de $1 mm^2$.

La distància del radiador al quadre elèctric és de 32 metres.

La resistència per cada metre de cable es de 0,0227 Ω. (pots adoptar una conductivitat igual a 44 per a aquest cas en particular)

Determina:

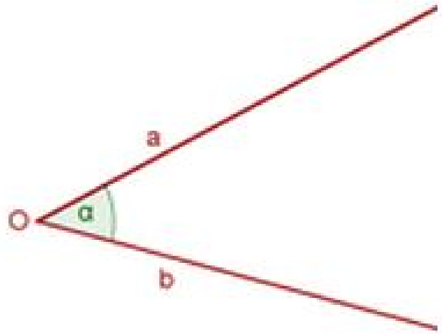
1. La intensitat que circularà pel circuit.
2. La caiguda de tensió del conductor del circuit (en Volts i en %)
3. Si la caiguda de tensió màxima admesa és del 5% (línia de ñforçaò), complim el reglament en quant a caiguda de tensió?
4. Segons el reglament, podem emprar una línia de $1 mm^2$ per a ñforçaò?

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

OBJECTIU

Recordar la mesura dôangles i pendents, així com de les principals relacions trigonomètriques bàsiques.

ANGLES



ï Un ANGLE és la regió del pla continguda entre dues semirrectes amb un origen comú.

ï Típicament es fa referència a un angle amb la lletra grega α.

ï Els angles són dimensions angulars.

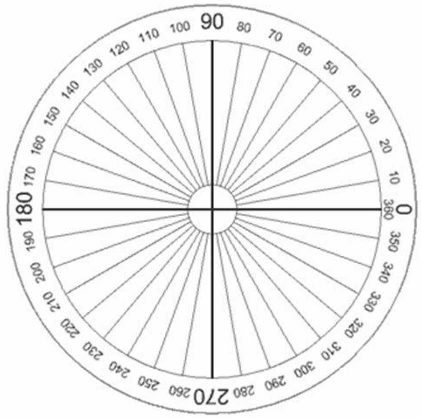
ï El sentit de mesura POSITIU és ANTIHORARI

ï Típicament es mesuren en: $\begin{cases} \text{GRAUS SEXASEGIMALS} \\ \text{RADIANS} \end{cases}$

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

GRAUS SEXASEGIMALS: resulta de dividir circumferència en 360 parts.

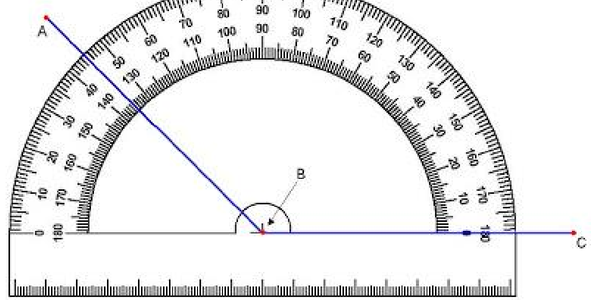
A cadascuna de les parts se lôanomena **grau sexasegimal** (o simplement **grau**).



Es representa amb el símbol ñºò. P.ex: 45º, 275º

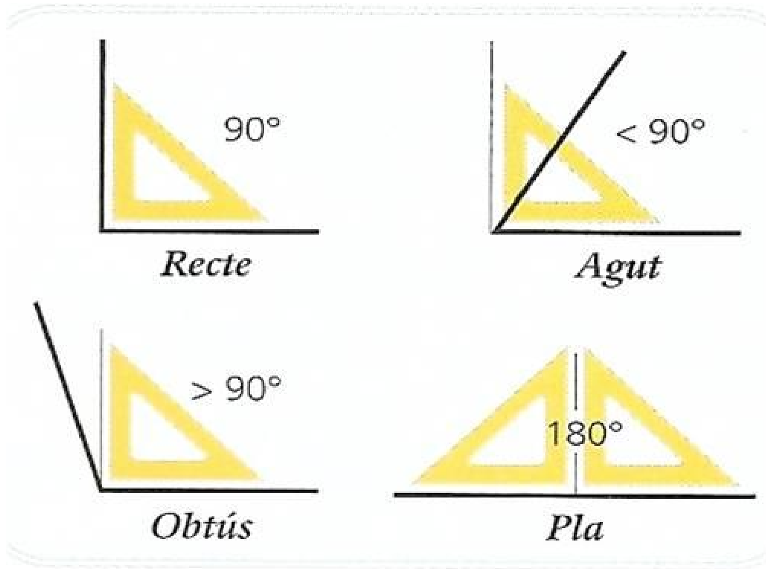
A la seva vegada, un grau es pot descompondre en fraccions de 60 minuts, i cada minut en 60 segons.

Típicament es poden mesurar amb instruments com un transportador dôangles.



5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

Algunes definicions: hi ha alguns angles amb "nom propi"



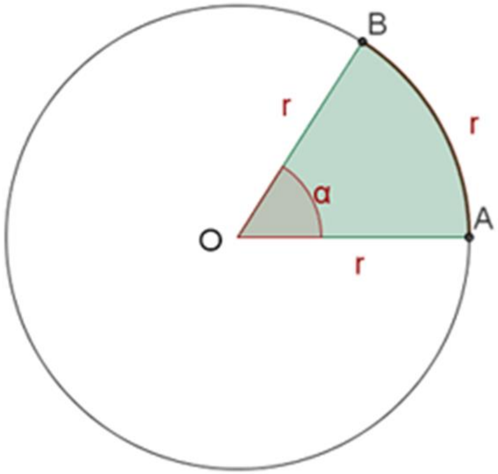
Propietat angles triangle:

la suma dels angles en un triangle SEMPRE fa 180 º. Coneixent dos dels angles sempre se'n pot extreure el tercer.

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

RADIANS: també es pot mesurar els angles en base a RADIANS.

Un RADIÀ, és un angle amb un arc d'igual longitud que el radi.



Llavors, una circumferència té $2\cdot\pi$ radians.

La relació entre graus sexasegimals i radians es pot establir mitjançant la següent proporció:

$2\cdot\pi$ radians → 360º

X radians → Y º

Exemple: Quants graus són 3 radians?

$2\cdot\pi$ radians → 360º

3 radians → Y º   Yº = (360ºx3) / (2xπ) = 171,88º

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

PENDENTS

ï La pendent és la mesura de lôangle que forma un determinat pla amb la horitzontal.

ï També es pot entendre com el guany (o pèrdua) dôalçada vertical per cada unitat que es recorre en horitzontal.

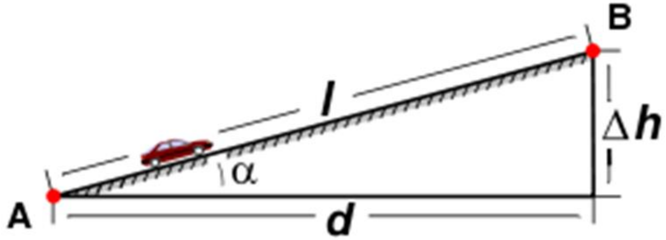
Per exemple: dir que el pendent dôuna carretera és del 6 per 100, vol dir que per cada 100 metres en horitzontal que es recorren, sôascendeix (o descendeix, segons el sentit) 6 metres.

ï El sentit de mesura POSITIU és ASCENDENT

ï Típicament es mesuren en:
- GRAUS SEXASEGIMALS
- % (tant per cent)

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

<u>PENDENT EN GRAUS</u>: Es mesura directament l’angle del pla (o recta) i l’horitzontal en graus

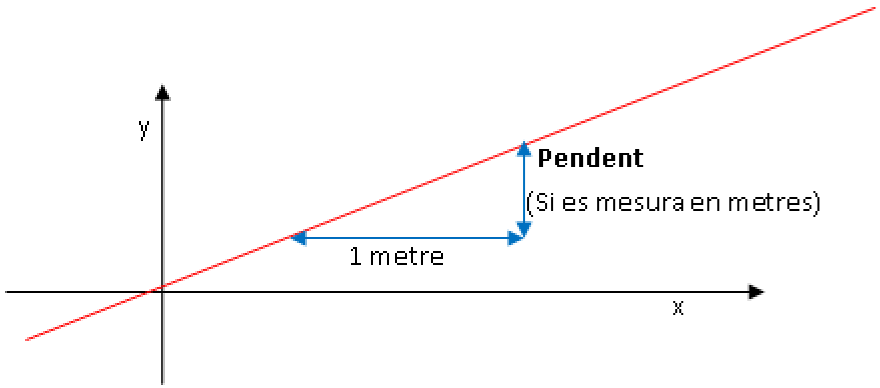


<u>PENDENT EN % ò TANT PER 1</u>: Es mesura el guany (o pèrdua) d’alçada per cada 100 metres (o un metre) recorreguts en horitzontal.

Exemples:

10% guany de 10 metres
per cada 100 m. horitzontals

3:1 guany de 3 metres per
cada m. horitzontal



5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

TRIGONOMETRIA BÀSICA

OBJECTIU

-Reconèixer què és el Sinus, el Cosinus i la Tangent dûun angle α.

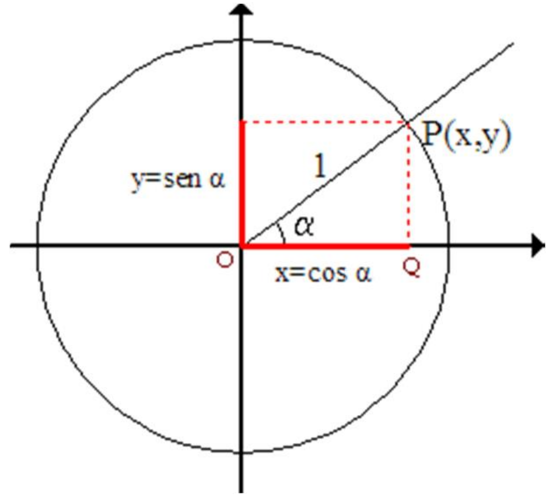
-Aplicar-los de manera similar a les proporcions per a calcular una longitud a partir dûuna altra.

-Algunes propietats bàsiques

CIRCUMFERÈNCIA TRIGONOMÈTRICA

ï Es defineixen les magnituds de Sinus, el Cosinus i la Tangent en una circumferència de radi igual a la unitat.

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA



CIRCUMFERÈNCIA TRIGONOMÈTRICA

Per a un determinat angle α:

ï Sinus (α) : la relació entre lôalçada (Y) que ha ñescombratò un determinat angle α amb radi=1.

ï Cosinus (α) : la relació entre llargada (X) que ha ñescombratò un determinat angle α amb radi=1.

ï Tangent (α) : la relació entre lôalçada (Y) i llargada (X) que ha ñescombratò un determinat angle α amb radi=1. És la pendent en tant per 1.

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

Llavors, en la circumferència trigonomètrica, per a cada angle, es defineixen triangles rectangles d'hipotenusa =1.

Per a una circumferència amb radi qualsevol, on el radi és igual a la hipotenusa (H)

ï Sinus (α) : Y / H

ï Cosinus (α) : X / H

ï Tangent (α) : Y / X = Sinus (α) / Cosinus (α) = (Y / H) / (X / H)

PROPIETAT IMPORTANT:

(és l'aplicació directa del Teorema de Pitàgores)

5. ANGLES I PENDENTS. TRIGONOMETRIA BÀSICA

També podem conèixer un angle a través del valor del seu sinus, cosinus o tangent a partir de les seves funcions:

ï ArcSinus (entrant valor del sinus a la calculadora, ens retorna lôangle)

ï ArcCosinus (entrant valor del Cosinus a la calculadora, retorna lôangle)

ï ArcTangent (entrant valor de la tangent a la calculadora, retorna lôangle)

<u>Proposta dôexercicis:</u>

Si un vehicle circula amb una carretera amb el 20% de pendent,

ï Quin angle (en graus sexasegimals) té la pendent?

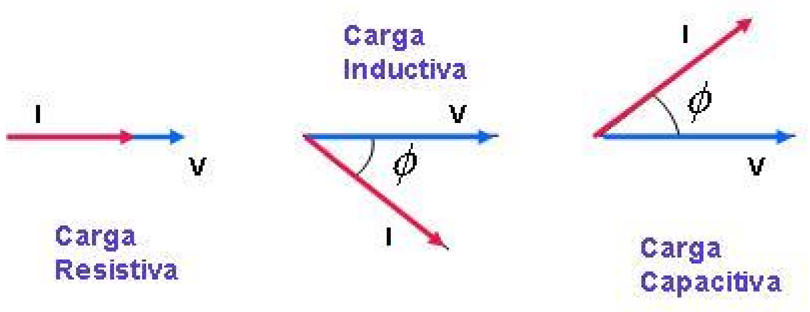
ï Quants metres haurà pujat en vertical (Y), per cada kilòmetre recorregut pel pendent (H)?

ï Quina distància horitzontal (X) haurà fet, per cada kilòmetre recorregut pel pendent (H)?

6. NOMBRES COMPLEXES

OBJECTIU

En circuits de Corrent Alterna, les càrregues inductives i capacitives (impedàncies) produeixen retrards o avanços (respectivament) de la corrent (I) respecte la tensió (V)



En circuits trifàsics, les diverses tensions de cada fase es troben ñdesfassadesò 120º una de lôaltre.

La manera dôoperar amb circuits de corrent alterna és mitjançant nombres complexes.

6. NOMBRES COMPLEXES

NOMBRES COMPLEXES

En el cas que ens ocupa (circuits de Corrent Alterna), no podem representar les magnituds en una línia, sinó que necessitem un pla.

Els nombres complexes permeten representar aquesta realitat física.

Un nombre complexe (z) està format per dues parts: $\begin{cases} \text{(a) PART REAL} \\ \text{(b) PART IMAGINÀRIA} \end{cases}$

Els nombres complexes es designen, habitualment, amb la lletra Z, i es representen:

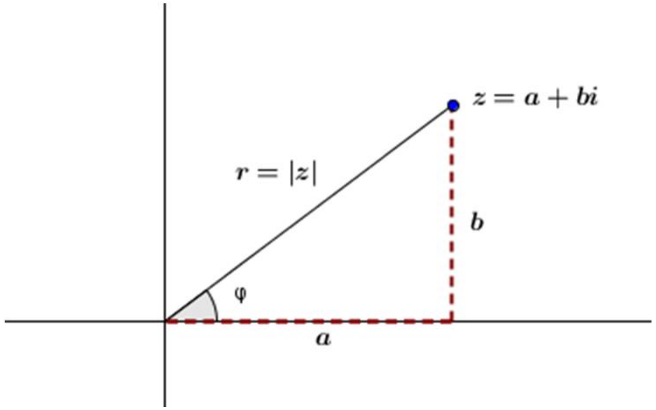
$$z = a + bi$$

On:

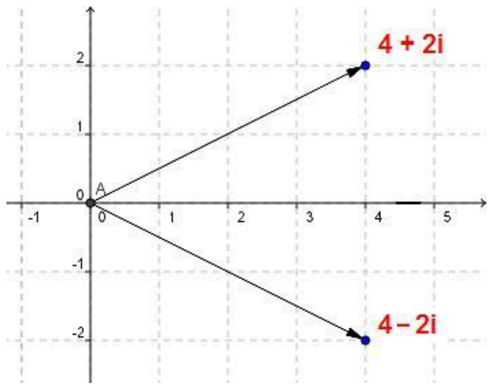
$$i = \sqrt{-1}$$

6. NOMBRES COMPLEXES

La seva representació gràfica és:



Exemple:



Un nombre complexe té:

- Part real (a)
- Part imaginària (b)
- Mòdul
- Angle (φ)

6. NOMBRES COMPLEXES

REPRESENTACIÓ DE NOMBRES COMPLEXES

Es poden representar en dues formes:
- Forma BINÒMICA
- Forma POLAR

FORMA BINÒMICA

$$z = a + bi$$

Sôescriu com un parell de nombres, on la coordenada horitzontal (a) és la part real, i la coordenada vertical (b) és la part imaginària.

És la manera recomanable per a sumar-los i restar-los.

FORMA POLAR

$$z = mòdul\angle angle$$

Sôescriu indicant el mòdul (Z) i lôangle que forma amb lôhoritzontal.

És la manera recomanable per a multiplicar-los i dividir-los.

6. NOMBRES COMPLEXES

CONVERSIÓ ENTRE FORMA POLAR I BINÒMICA

Interessarà poder passar dóuna forma a lóaltre, en funció del tipus dóoperació que volguem plantejar

Pas forma Binòmica a Polar $z = a + bi \rightarrow \mathrm{mod}\,ul\angle Angle$

El mòdul: $mòdul = \sqrt{a^2 + b^2}$

Lóangle: $angle = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$

Pas forma Polar a Binòmica $z = \mathrm{mod}\,ul\angle Angle \rightarrow a + bi$

Part Real (a): $a = \mathrm{mod}\,ul \times \cos(angle)$

Part imagiària (b): $b = \mathrm{mod}\,ul \times sen(angle)$

6. NOMBRES COMPLEXES

OPERACIONS

Els números complexes es poden sumar, multiplicar, dividir...

Suma i resta: la millor manera és de forma binòmica.

Es sumen (resten) les parts reals i les parts complexes per separat

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 5+13i \\ z_2 = 3-8i \end{array}\right\} \begin{array}{l} z_1 + z_2 = (5+3)+(13-8)i = 8+5i \\ z_1 - z_2 = (5-3)+(13-(-8))i = 2+21i \end{array}$$

Producte i divisió: la millor manera és de forma polar.

Cas producte: Es multipliquen els mòduls i es sumen els angles

Cas divisió: Es divideixen els mòduls i es resten els angles

$$\left.\begin{array}{l} z_3 = 6\angle 25 \\ z_4 = 3\angle 17 \end{array}\right\} \begin{array}{l} z_3 \times z_4 = z_2 = 6\angle 25^{\text{o}} \times 3\angle 17^{\text{o}} = 18\angle 28^{\text{o}} \\ z_3 \div z_4 = 6\angle 25^{\text{o}} \div 3\angle 17^{\text{o}} = 2\angle 11^{\text{o}} \end{array}$$

6. NOMBRES COMPLEXES

APLICACIÓ A CIRCUITS DE CORREN ALTERN

Els números complexes s'empren per a expressar les *impedàncies* (Càrregues inductives, capacitives i resistives) en un circuit elèctric de corrent altern.

Cal recordar que:

$$Z_{\mathrm{Re}\,sist} = \frac{V_R}{I_R} = R \quad [\Omega]$$

$$Z_{Inductiva} = \frac{V_L}{I_L} = j\omega L \quad [\Omega]$$

$$Z_{Capacitiva} = \frac{V_C}{I_C} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} \quad [\Omega]$$

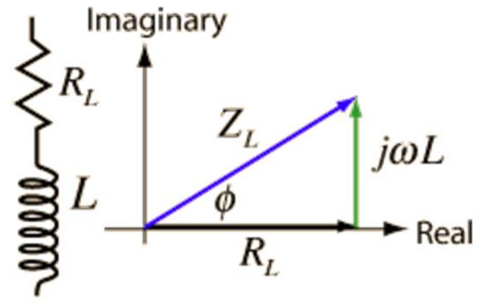
On:

L: Inductància [Henris]
C: Capacitat [Faradis]
ω: 2·π·f
f: freqüència (50 Hz)

6. NOMBRES COMPLEXES

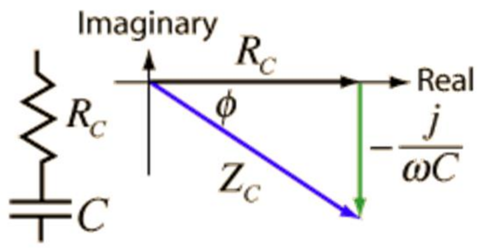
APLICACIÓ A CIRCUITS DE CORREN ALTERN

No obstant, en un circuit mai hi ha càrregues capacitives o inductives pures, ja que el propi circuit té associada una resistència. Llavors,



$$Z_L = R_L + j\omega L \quad [\Omega]$$

$$Z_L = |Z_L \angle| \phi \quad [\Omega]$$



$$Z_C = R_C - \frac{j}{j\omega C} \quad [\Omega]$$

$$Z_C = |Z_C| \angle \phi \quad [\Omega]$$

6. NOMBRES COMPLEXES

EXERCICIS

Siguin els nombres complexes:

$$z_1 = 5 + 13i$$
$$z_2 = 3 - 8i$$
$$z_3 = 4$$
$$z_4 = 0{,}5i$$
$$z_5 = 3\angle 10^{\circ}$$

Fes les següents operacions

1. Converteix Z_1 i Z_2 a forma polar
2. Converteix Z_5 a forma binòmica
3. $Z_1 + Z_3$
4. $Z_1 + Z_4$
5. $Z_5 + Z_3$
6. Z_1 / Z_2
7. $Z_4 \times Z_5$

7. MÚLTIPLES I SUBMÚLTIPLES

Penta	P	10^{15} = 1.000.000.000.000.000
Tera	T	10^{12} = 1.000.000.000.000
Giga	G	10^{9} = 1.000.000.000
Mega	M	10^{6} = 1.000.000
Kilo	k	10^{3} = 1.000
hecto	h	10^{2} = 100
Deca	da	10^{1} = 10
(Unitat)		10^{0} = 1
deci	d	10^{-1} = 0,1
centi	c	10^{-2} = 0,01
mil·li	m	10^{-3} = 0,001
micro	μ	10^{-6} = 0,000.001
nano	n	10^{-9} = 0,000.000.001
pico	p	10^{-12} = 0,000.000.000.001
femto	f	10^{-15} = 0,000.000.000.000.001